

Câu 1: (3 điểm)

1. Trên không gian \mathbb{R}^3 cho tập: $M = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 : x_1 - 2x_2 + x_3 = 0\}$. Chứng minh

M là một không gian con của \mathbb{R}^3 , tìm một cơ sở và số chiều của M .

2. Giải và biện luận hệ phương trình sau theo tham số m :

$$\begin{cases} x_1 - x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2 \\ -x_1 + x_2 - mx_3 = -1 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 + mx_4 = m. \end{cases}$$

Câu 2: (2,0 điểm)

Đưa dạng toàn phương $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 4x_2x_3$ về dạng chính tắc bằng phép biến đổi trực giao. Tìm hạng và xét dấu của $f(x_1, x_2, x_3)$.

Câu 3: (2,5 điểm)

Trong không gian vectơ $P_2[x]$, cho hai cơ sở

$$A = \{u_1 = 1 + x, u_2 = 1 + x + x^2, u_3 = x - x^2\},$$

$$B = \{v_1 = 2 + x - x^2, v_2 = 2 - x + 2x^2, v_3 = 3 + x^2\}.$$

1. Chứng minh tập $A \cup \{u_4 = 0 + 0.x + 0.x^2\}$ là tập sinh nhưng không là cơ sở của $P_2[x]$.

2. Tìm ma trận chuyển cơ sở từ A sang B .

3. Tìm $u \in P_2[x]$ sao cho tọa độ của vectơ u đối với cơ sở A là $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Câu 4: (2,5 điểm)

1. Cho hàm ẩn hai biến $z = z(x, y)$ xác định bởi $2e^z + z^5 - xy^3 + 6x^2 = xy + 2$. Tính

$z'_x(x; y)$, $z'_y(x; y)$ và $dz(0;1)$ biết $z(0;1) = 0$.

2. Tìm cực trị của hàm hai biến $f(x, y) = 3x^2y + y^3 - 3x^2 - 3y^2 + 2$.

Ghi chú: CBCT không giải thích đề thi.

Chuẩn đầu ra của học phần (về kiến thức)	Nội dung kiểm tra
[CĐR G1.1]: Hiểu vững các khái niệm về hệ phương trình tuyến tính, không gian vectơ. [CĐR G2.4]: Áp dụng các phương pháp trong lý thuyết để giải và biện luận hệ phương trình tuyến tính.	Câu 1
[CĐR G1.1]: Hiểu vững một số khái niệm về ma trận- định thức; về hệ phương trình tuyến tính; dạng toàn phương. [CĐR G2.4]: Áp dụng các phương pháp trong lý thuyết để chéo hóa trực giao ma trận.	Câu 2
[CĐR G1.5]: Hiểu được các khái niệm về không gian vectơ. [CĐR G2.4]: Áp dụng các phương pháp trong lý thuyết để giải và biện luận hệ phương trình tuyến tính, các tính chất về không gian vectơ.	Câu 3
[CĐR G2.1]: Có kỹ năng tốt trong việc thực hiện các phép tính vi phân hàm nhiều biến.	Câu 4

Ngày 29 tháng 12 năm 2015.

Trưởng bộ môn